

LISTA DE EXERCÍCIOS - GEOMETRIA ANALÍTICA E ÁLGEBRA LINEAR - GEOLOGIA

1 Vetores

Exercício 1.1. *Mostre que a relação de equipolência é uma relação de equivalência.*

Exercício 1.2. *Dê pelo menos um exemplo de relações que cumprem os seguintes casos:*

1. Apenas simétrico;
2. Apenas reflexivo;
3. Apenas transitivo;
4. Simétrico e reflexivo;
5. Reflexivo e transitivo;
6. Equivalência;

Exercício 1.3. *Mostre que:*

1. Se os vetores \vec{u} e \vec{v} têm mesmo sentido, e o mesmo ocorre com \vec{v} e \vec{w} , então \vec{u} e \vec{w} têm mesmo sentido;
2. Se os vetores \vec{u} e \vec{v} têm sentido contrário, e o mesmo ocorre com \vec{v} e \vec{w} , então \vec{u} e \vec{w} têm mesmo sentido;
3. Se os vetores \vec{u} e \vec{v} têm mesmo sentido, e \vec{v} e \vec{w} têm sentido contrário, então \vec{u} e \vec{w} têm sentido contrário.

Exercício 1.4. *Prove que*

- a) Se $\vec{u} \neq \vec{0}$, então $\|\vec{u}\| > 0$.
- b) $\|\vec{u}\| = 0$ se, e somente se, $\vec{u} = \vec{0}$.
- c) $\|-\vec{u}\| = \|\vec{u}\|$.

Exercício 1.5. *Em quais situações a seguinte igualdade é válida?*

$$\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$$

Exercício 1.6. *Em quais situações a seguinte igualdade é válida?*

$$\|\vec{u} - \vec{v}\| = \|\vec{u}\| - \|\vec{v}\|$$

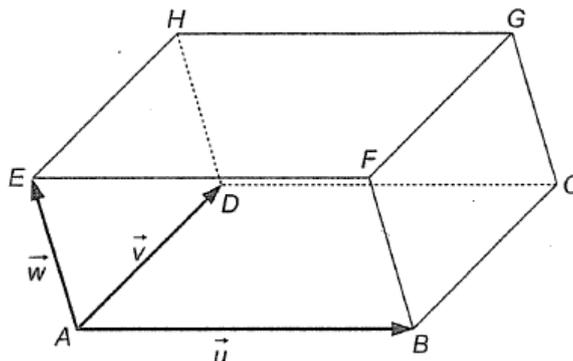
Exercício 1.7. *Mostre que a soma entre vetores é uma operação associativa e comutativa.*

Exercício 1.8. *Mostre que $\vec{BC} - \vec{BA} = \vec{AC}$*

Exercício 1.9. *Mostre que a lei do cancelamento para adição de vetores é verdadeira, isto é,*

$$\vec{u} + \vec{x} = \vec{u} + \vec{y} \Rightarrow \vec{x} = \vec{y}.$$

Exercício 1.10. *No paralelepípedo abaixo, determine \vec{AG} e \vec{EC} em termos dos vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} .*



Exercício 1.11. *Mostre que um vetor não nulo qualquer é paralelo e de mesmo sentido que seu versor. Além disso, mostre que todo versor é unitário.*

Exercício 1.12. *Dado um vetor \vec{u} não nulo, determine um outro vetor \vec{v} que tenha norma igual a 6 e que seja paralelo e de mesmo sentido que o vetor \vec{u} .*

Exercício 1.13. *Mostre que a regra de sinais é válida para vetores, isto é,*

$$(-\alpha)\vec{v} = -(\alpha\vec{v})$$

$$\alpha(-\vec{v}) = -(\alpha\vec{v})$$

$$(-\alpha)(-\vec{v}) = \alpha\vec{v}$$

Exercício 1.14. *Mostre que*

$$(-1)\vec{v} = -\vec{v}$$

Exercício 1.15. *Mostre que se $\vec{v} \neq \vec{0}$, então $\alpha\vec{v} = \beta\vec{v} \Rightarrow \alpha = \beta$.*

Exercício 1.16. *Mostre que dois vetores não nulos \vec{u} e \vec{v} são paralelos se, e somente se, existe um escalar λ tal que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$.*